

## A főjelző szintű vasúthálózati modellek pontossága

*A modellezésben általában van felbontási optimum, amelynél durvább léptéket használva a modellből kapott eredmények nem valósak a hálózat viselkedésére nézve. A szükségesnél részletesebb felbontású modell eredményeit azonban a valós rendszerben rejlő bizonytalanságok miatt szükségtelen erőforrás-felhasználással kaptuk meg. Jelen tanulmányban a magyarországi vasúthálózat hálózati szintű paramétereit vizsgálom két gráfmodellben. Az egyikben csak olyan vasútállomások szerepelnek a gráf csúcsaiként, ahol legalább két vasútvonal csatlakozik, és a közöttük található pályaszakaszt egyetlen egységként kezelem. A másikban a főjelzőket mint a vasúti közlekedés alapegységeit reprezentálják a gráf csúcsai.*

**Kulcsszavak:** vasút, gráfelmélet, térköz, modell, pontosság

## The Accuracy of Railway Models of Block Signal Level

*In modelling, usually there is an optimal resolution, below which the results obtained from the model are not valid for the behavior of the real network. However, results obtained from a model more detailed than needed still contain some uncertainties due to the uncertainties in the real network but it was built up using an unnecessary amount of resources. In this paper I analyze network-level measures of the railway network of Hungary in two different graph models. In the first one the nodes of the graph are stations of the network where at least two railway lines meet. In the second one the main signals, the basic elements of railway transport are represented by the nodes of the graph.*

**Keywords:** railway, graph theory, block section, model, accuracy

### Bevezetés

A számítógépeket olyan számítások automatikus elvégzésére tervezték, amelyeket emberi erővel nem lehetne hatékonyan elvégezni elegendően gyorsan vagy elegendően pontosan a számítások összetettsége miatt. Hatékonyságukat a hálózattudomány megszületésétől fogva kihasználták egyre komplexebb hálózatok modellezésére. Ha a használt modell kellően pontos, akkor a számítások olcsóságuk, gyorsaságuk és praktikusán végtelen ismételhetőségük miatt a kísérleteket is kiválthatják.

<sup>1</sup> Habilitált egyetemi docens, Nemzeti Közszerológati Egyetem Hadtudományi és Honvédtisztképző Kar Természettudományi Tanszék; tudományos titkár, Nemzeti Közszerológati Egyetem Katonai Műszaki Doktori Iskola; e-mail: [toth.bence@uni-nke.hu](mailto:toth.bence@uni-nke.hu); ORCID ID: 0000-0003-3958-187X.

Emellett vannak olyan hálózatok is, amelyeket nem lehet kísérleti úton vizsgálni, különösen azok zavarát. Ilyenek például az olyan létfontosságú rendszerelemek, mint a telekommunikációs hálózatok, az elektromosenergia-szállító rendszer, az ivóvízhálózat vagy a közlekedési hálózatok. Ugyanakkor szükséges a rendszerek viselkedésének alapos ismerete, hogy zavar esetén a lehető leggyorsabban és leghatékonyabban lehessen azt elhárítani.<sup>2</sup>

Másrészről, ha a modell nem elég pontos és részletes, a használatával kapott eredmények félrevezetőek lehetnek a zavarkezelésnél, és még nagyobb zavart okozhatnak. Ezért a modellek korábbi zavareseményeken történő validálását el kell végezni.<sup>3</sup> Modell azonban sosem lehet olyan részletes, mint a valós hálózat, azaz elhanyagolások szükségesek. A modell jósága ezen elhanyagolásokban rejlik: a fontos paramétereket hagyta-e meg a modell felépítője, és a szükségteleneket hagyta-e el?

Tanulmányomban bemutatom a magyarországi vasúthálózat új gráfmodelljét. Mivel a katonai szállításokban a vasút kiemelt szerepet játszik az ország földrajzi helyzete,<sup>4</sup> a vasúthálózat sűrűsége és a jelentős számú honvédségi és repülőtéri iparvágány miatt,<sup>5</sup> kiemelt jelentőségű a gyenge pontok, kapacitásszűkületek megbízható beazonosítása a fejlesztési javaslatok megalapozott megfogalmazásához.

Azonban a modellek pontossága nem növelhető korlátlanul a valós hálózatban rejlő bizonytalanságok miatt, amelyek a kapott eredményt mindenképpen hibával terhelik. Ha az ezen bizonytalanságok által okozott hiba nagyobb, mint a modell elhanyagolásaiból adódó hiba, akkor a modell a szükségesnél pontosabb. Egy korábbi cikkemben<sup>6</sup> bemutattam a magyarországi vasúthálózat modelljét, amelyben csak a csatlakozó állomások szerepeltek, a vasútvonalak középállomásai nem, ezért erre a modellre az egyszerűség kedvéért a továbbiakban állomásszintű modellként fogok hivatkozni. Az itt bemutatandó részletesebb modellre térszintű modellként fogok utalni, mivel ez már tartalmazza nemcsak az összes állomás bejáratát és kijáratát jelzőjét, hanem a térszintű jelzőket is (azaz a hálózat összes főjelzőjét). A következőkben bemutatom a térszintű modell felépítésének elvét és a modelleket jellemző hálózati szintű mennyiségeket.

<sup>2</sup> LÉVAI Zsolt (2020): A katonai közlekedési támogatás vasútföldrajzi alapú vizsgálata. *Földrajzi Közlemények*, 144(4), 380–395.

<sup>3</sup> SZÁSZI Gábor (2014): *A vasúti hálózati infrastruktúrával szemben támasztott újszerű védelmi követelmények kutatása, a továbbfejlesztés feltételrendszerének vizsgálata*. PhD-értékezés. Budapest: NKE Katonai Műszaki Doktori Iskola, 89–92.

<sup>4</sup> SZÁSZI Gábor (2012): Transz Európai Közlekedési Hálózat (TEN-T) tervezett fejlesztési iránya, várható hatása Magyarország vasúthálózatának fejlesztésére. *Szolnoki Tudományos Közlemények*, 16, 402–425.; SZÁSZI Gábor (2018): Transzeurópai közlekedési hálózat. In SIPOSNÉ KECSKEMÉTHY Klára – SZÁSZI Gábor: *Közlekedési hálózatok*. Budapest: Dialóg Campus, 173–187.

<sup>5</sup> OROSZ Réka – SZÁSZI Gábor (2020): A Magyar Honvédség légiszállító-képességének fejlesztési lehetőségei a gazdasági és katonai tényezők figyelembevételével. *Katonai Logisztika*, 28(1–2), 95–113.

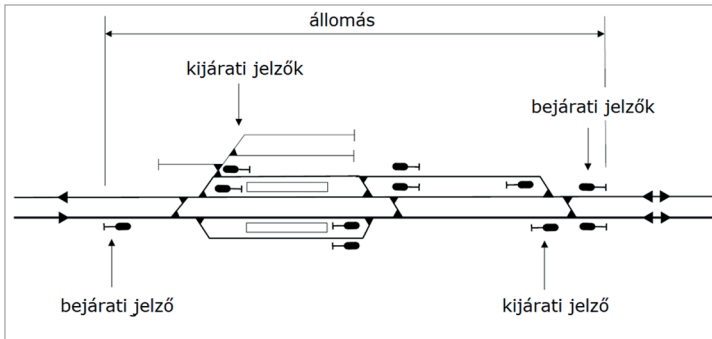
<sup>6</sup> TÓTH Bence (2017): Állomások és állomásközpontok zavarának gráfelméleti alapú vizsgálata a magyarországi vasúthálózaton. *Hadmérnök*, 12(4), 52–66.; TÓTH Bence (2018): Menetidő- és menetvonalhossz növekedés gráfelméleti alapú vizsgálata a magyarországi vasúthálózaton állomások és állomásközpontok zavar esetén. *Hadmérnök*, 13(1), 118–132.

## A magyarországi vasúthálózat térközsztintű gráfmodellje

A magyarországi vasúthálózatot tehát élsúlyozott irányított gráffal modelleztem.<sup>7</sup> A gráf csúcsai (98%-ban) a hálózatban található főjelzőket reprezentálták. Ennek oka, hogy a vasúti közlekedés főjelzők között történik.

### Állomások

Egy állomást a két végén található bejáratú jelzők definiálnak<sup>8</sup> (1. ábra). Azonban a vonatok nem az állomás bejáratú jelzőjéig közlekednek, hanem az állomás területére. Ezért egy menetvonalat az induló és az érkező állomás kijáratú jelzői között definiáltam, a menetvonal hosszát az induló állomás kijáratú jelzőjét reprezentáló gráfcsúcs és az érkező állomás kijáratú jelzőjét reprezentáló gráfcsúcs között számítottam.



1. ábra: Egy állomás főjelzőinek elhelyezkedése

Forrás: a szerző szerkesztése PACHL 2021 alapján

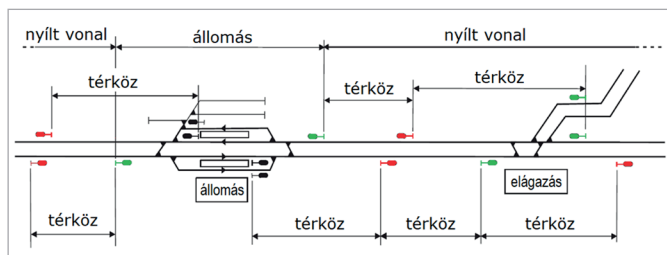
### Térközök

Két főjelző között egyszerre csak egy vonat tartózkodhat. Ez két szomszédos állomásnál az egyik állomás kijáratú jelzőjét és a következő állomás bejáratú jelzőjét jelenti. Ha a két állomás túl messze található egymástól, akkor a vasútvonal a jelentkező forgalmat bizonyos szint fölött már nem tudja kiszolgálni. A helyzet kezelésére a vasútvonal áteresztési kapacitása növelhető, ha azt felosztjuk úgynevezett térközökre. Ehhez térközjelzőket (amelyek a bejáratú és a kijáratú jelzőkhöz hasonlóan főjelzők) telepítünk a két állomás közé. Az első térköz az egyik állomás kijáratú jelzőjétől az első térközjelzőig tart, az utolsó térköz pedig az utolsó térközjelzőtől a másik állomás bejáratú jelzőjéig. A bejáratú jelzőtől

<sup>7</sup> TÓTH Bence (2021): The Effect of Attacks on the Railway Network of Hungary *Central European Journal of Operations Research*, 29, 567–587.

<sup>8</sup> MÁV (2008): F. 2. sz. forgalmi utasítás. MÁV Zrt. Pályavasúti Üzemeltetési Főigazgatóság. 21.

a kijárat jelzőig terjedő szakasz szintén térközként funkcionál. A térközi közlekedés elvét a 2. ábrán láthatjuk.



2. ábra: Térközi közlekedésre berendezett pálya vázlata. A zöld jelzők bejárat jelzők, a feketék kijárat jelzők, a pirosak térközjelzők

Forrás: a szerző szerkesztése LUSBY et al. 2011 alapján

### Jelzők és pálya

A modellgráf csúcsai tehát a magyarországi vasúthálózat főjelzőit: bejárat, kijárat, illetve térközjelzőit reprezentálták. Ezen jelzők pontos pozíciója nyilvánosan elérhető a Vasúti Pályakapacitás-elosztó Kft. (a továbbiakban: VPE Kft.) weblapján.<sup>9</sup>

A gráfcúcsokat összekötő élek ebből következően a főjelzők közötti vasúti pályát reprezentálták, megfelelő súlyozással. Az itt bemutatandó eredmények kétféle súlyozással születtek: vagy az adott vonalszakasz hosszát, vagy menetidejét rendeltem hozzá a megfelelő gráfélhez. A főjelzők távolsága a VPE Kft. weblapján méterpontossággal elérhető, így a menetvonalak számított hossza is néhány méter pontosságú. A menetidőt a vonalszakasz hossza és a rajta engedélyezett sebesség (amely szintén elérhető a VPE Kft. weblapján) hányadosaként számítottam. Ez azt is jelenti, hogy az így kapott menetidőértékek a valós menetidő alsó korlátját jelentik, hiszen nem tartalmazzák például a lassú jeleket, a gyorsítási és lassítási időket stb.

A vasútvonalak villamosítása (bináris változóként), a vágányszám, az engedélyezett sebesség, a tengelyterhelés, illetve a közlekedtethető vonathossz (ezek szintén elérhetőek a VPE Kft. weblapján) szintén szerepelt az adatbázisomban, azonban az itt bemutatandó számításokban nem használtam fel azokat. A jövőben tervezett kapacitásvizsgálatokhoz azonban már most rendelkezésre állnak. A VPE Kft. adatbázisában nem szereplő honvédségi iparvágányok adatait a vonatkozó kormányrendelet,<sup>10</sup> egyéb szakirodalmi adatok,<sup>11</sup> illetve saját mérések alapján építettem be a modellbe.

Mivel a modellt alapvetően honvédségi szállítások modellezésére építettem fel, amelyek mozdonnyal közlekedtetett vonatokkal történnek, azon vasúti pályákra, ahol a mozdonnyal továbbított szerelvények számára alacsonyabb az engedélyezett sebesség, mint

<sup>9</sup> Vasútvonalak [é. n.]. VPE; VPE vasúthálózati térkép [é. n.]. VPE.

<sup>10</sup> 277/2014. (XI. 14.) Korm. rendelet a vasúti közlekedési hatóság által kiszabható bírság mértékéről és megfizetésének részletes szabályairól.

<sup>11</sup> SZÁSZI Gábor (2009a): A védelmi szempontból meghatározó repülőterek vasúti kapcsolatának helyzete Magyarországon. *Repüléstudományi Közlemények*, 21(különszám), 1–22.

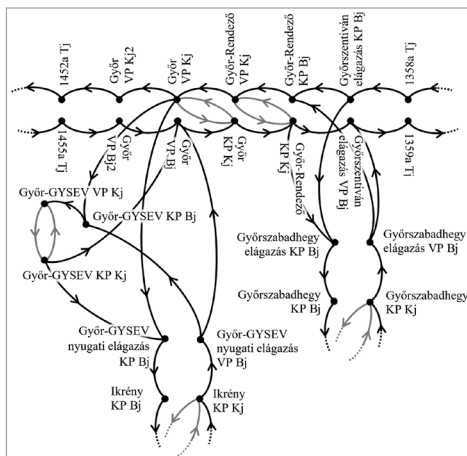
motorvonatoknak, ott ez az alacsonyabb sebesség lett figyelembe véve. Hasonlóan, ha nagyobb tengelyterheléshez alacsonyabb engedélyezett sebesség tartozik adott pályaszakaszon, ott is ezt az alacsonyabb sebességet vettem alapul a számításokhoz.

Az így felépített gráf összesen 5184 csúcsot tartalmazott, amelyből 1689 reprezentált bejáratit jelzőt, 1493 kijáratit jelzőt, 1888 térközjelzőt, 114 pedig egyéb vágánykapcsolati pontot, például határátmenetet vagy iparvágányt. A gráfcsúcsok közti vágánykapcsolatokat 6780 gráfél írta le.

Néhány 0 km/h engedélyezett sebességű vonal is szerepelt a modellben (például a 49. sz. Lepsény–Csajág–Papkeszi vonal), sőt, teljesen felszedett pályák is (például az ICM sz. „Nagy Burma” vágány), megkönnyítendő a jövőbeli fejlesztési tervek modellezését. Ilyenek lehetnek például a Budapest Agglomerációs Vasúti Stratégia által előírányzott fejlesztések,<sup>12</sup> mint a Budapest–Kelenföld–Budapest–Nyugati vasúti alagút vagy a 150. sz. vonal felvezetése az összekötő vasúti hídra.

### *Irányváltás*

A szerelvények irányváltására (azaz a modellben a menetvonalnak egy állomás azonos végén történő be-, illetve kilépésére) 710 állomáson van lehetőség. Ezt a modellben úgy tettem lehetővé, hogy az erre alkalmas állomások ellentétes oldali kijáratit jelzőit 0 km, illetve 10 perc súlyozású gráféllel összekötöttem. A 10 perces időtartam a megállás és az indulás közti vasútüzemi tevékenységek (szétakasztás, körüljárás, fékpróba stb.) ideje, amely szintén alsó korlátot jelent.



3. ábra: A Győr állomást és környékét leíró részgráf diagramja. A szürkével jelzettek az állomási irányváltást leíró gráfélek

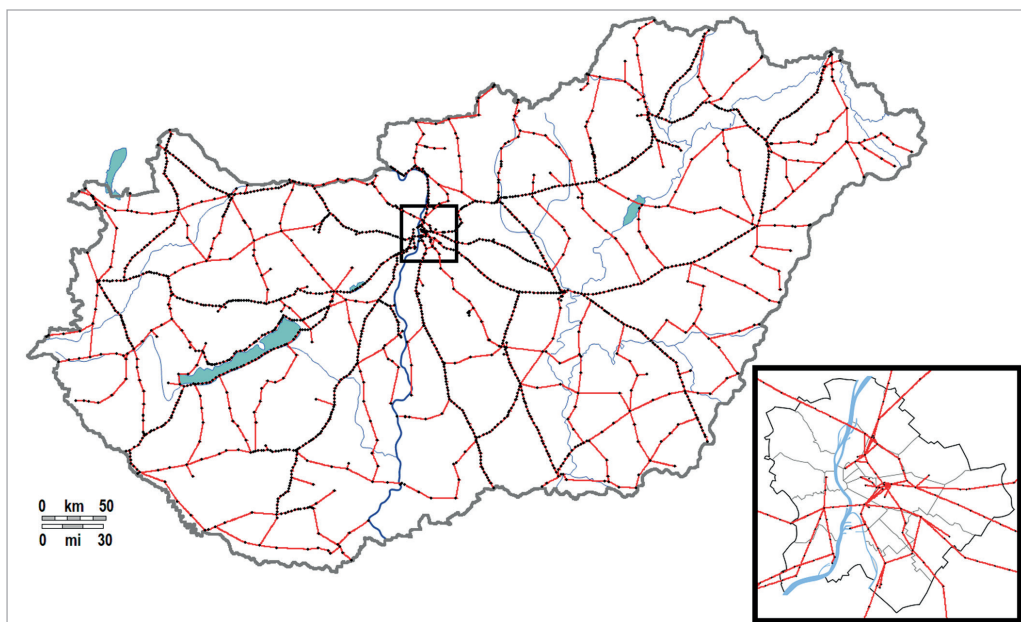
Forrás: a szerző szerkesztése

<sup>12</sup> LÉVAI Zsolt (2022): A Budapesti Agglomerációs Vasúti Stratégia által javasolt új budapesti vasúthálózat helyettesíthetőségének vizsgálata. In HORVÁTH Gábor – HORVÁTH Balázs (szerk.): *XX. European Transport Congress / XII. International Conference on Transport Sciences*. Győr: Közlekedéstudományi Egyesület, 342–354.

Ahhoz azonban, hogy a legrövidebbút-számító algoritmus ezt az extra 10 percet figyelembe vegye, a teljes gráfot irányítani kellett. Ez azt is jelenti, hogy a két közlekedési irányt eltérő élek reprezentálják, még egyvágányú pályán is. A másik oka az irányításnak az volt, hogy (mint ahogy a 2. ábrán is látható) egy állomás kijáratí jelzőjének és az első térközjelzőnek a távolsága nagyobb, mint az azonos oldali bejáratí jelző és ugyanazon térközjelző távolsága.

A jelzők jelölése az adott vasútvonal kezdőpontjának és végpontjának helyzete alapján történt. Amennyiben a vasútvonal Budapestről indul, akkor a fővárosi vége a kezdőpontja, a másik a végpontja. Ha nem érinti Budapestet, akkor az illetékes vasútigazgatóság jelöli ki a kezdőpontot és a végpontot. Ez azt is jelenti, hogy definiálhatjuk minden állomás kezdőpontját és végpontját is: egy állomás kezdőpontja a vasútvonal kezdőpontjához közelebbi vége, az állomás végpontja a vasútvonal végpontjához közelebbi vége. Amennyiben egy állomáson két vasútvonal találkozik, a kezdőpontot és a végpontot azon vasútvonal alapján kell meghatározni, amelyen az állomás fekszik.

A gráf felépítésének elvét a 3. ábrán Győr és a környező állomások példáján mutatom be. A pontok a gráf csúcsait jelentik, azaz főjelzőket, a köztük levő nyílak a gráf irányított éleit, azaz a vasútvonalszakaszokat. A szürke élek az állomási fordulóidőket leíró gráféleket jelentik. A teljes hálózat diagramját a 4. ábrán láthatjuk: a fekete pontok a főjelzőknek megfelelő gráfcsúcsok, a piros szakaszok a vasútvonalaknak megfelelő gráfélek.



4. ábra: A magyarországi vasúthálózat gráfjának diagramja

Forrás: a szerző szerkesztése

## Számítási módszerek és a hálózatot leíró mennyiségek

### *Szoftverkörnyezet*

A számítások az *R* programozási nyelv és környezetben<sup>13</sup> történtek a Csárdi Gábor és Nepusz Tamás által kifejlesztett *igraph* csomag<sup>14</sup> segítségével. A két állomás közötti, menetidő vagy menetvonalhossz szempontjából legrövidebb utat (pontosabban a két állomási kijáratú jelző közötti utat) a csomag *distances()* függvényével lehet meghatározni. Ez a függvény olyan élsúlyozott gráfokra, amelyek csak nem negatív súlyú éleket tartalmaznak (mint esetünkben is), a Dijkstra-algoritmust<sup>15</sup> használja a legrövidebb út<sup>16</sup> meghatározásához.

Mivel azonban két gráfbeli csúcs távolsága nem két állomás, hanem két főjelző távolságát reprezentálja, először négy távolságot kell meghatározni: mindkét állomás mindkét (kezdőponti és végponti) kijáratú jelzője között, és ezek közül ki kell választani a legrövidebbet. Míg távolság-súlyokra a négy távolságérték azonos lesz, addig az idő-súlyokra két menetidőérték 10 perccel, egy pedig 20 perccel lesz hosszabb az optimálisnál. Ez azon csúcsok között adódik, amelyeknél az egyiket vagy mindkettőt az állomás távolabbi végéről választottuk, és ezért az útvonal irányváltással kezdődik és/vagy ér véget, és így az irányváltó él(ek) 10 perces súlyai hozzáadódnak a teljes menetidőértékhez.

A megfelelő gráfcúcsok meghatározása után a pontos útvonal a *shortest\_path()* függvény segítségével határozható meg, melynek *\$epath* értéke adja vissza az érintett élek sorszámát.

### *Kapcsolatköztiség*

A fenti módon meghatározva minden lehetséges  $\langle a, b \rangle$  állomáspár között a legrövidebb utat, akkor az egyes hálózati elemekhez hozzárendelhetjük azt a számot, ahány legrövidebb út azt érinti. Ezt a mérőszámot kapcsolatköztiségnek nevezzük (*betweenness centrality*).<sup>17</sup> Ezt a mennyiséget még érdemes normálni az összes menetvonal darabszámával, hogy relatív mennyiséget kapjunk, amely által különböző hálózatok elemei is összehasonlíthatóak. Ez lesz tehát az egyes hálózati elemek forgalmának mérőszáma uniform forgalom mellett. Azt azonban nem szabad elfelejteni, hogy ezzel az egyes

<sup>13</sup> R Core Team (2012): *R: A language and environment for statistical computing*. Vienna: R Foundation for Statistical Computing.

<sup>14</sup> CSÁRDI G. – NEPU SZ T. (2006): The *igraph* software package for complex network research. *InterJournal, Complex Systems*, 1695.

<sup>15</sup> E. W. DIJKSTRA (1959): A Note on Two Problems in Connexion with Graphs. *Numerische Mathematik*, 1, 269–271.

<sup>16</sup> „Legrövidebb út” alatt összefoglalóan értem a távolság- és a menetidőértékekkel súlyozott legrövidebb utat. Amikor kifejezetten csak az egyikről van szó, azt külön jelzem.

<sup>17</sup> L. C. FREEMAN (1977): A set of measures of centrality based upon betweenness. *Sociometry*, 40, 35–41.; J. LIN – Y. BAN (2013): Complex Network Topology of Transportation Systems. *Transport Reviews*, 33, 658–685.

hálózati elemek kapacitását végtelennek feltételeztük; ami ugyanazt jelenti, mintha egyszerre csak egy vonat közlekedne a hálózaton, és utána összeadnánk, hogy az egyes vonalszakaszokat hány ilyen egymástól függetlenül leközlekedtetett szerelvény érintette.

Az összegzésnél az irányváltást leíró éleket nem kell figyelembe venni, hiszen amikor az adott állomásnál a menetvonal a bejáratí jelzőtől a kijáratí jelzőig haladt, már hozzáadódott a járuléka az állomás értékéhez.

### *Zavarok modellezése*

Azt is megvizsgáltam, hogy mekkora zavartatást okoz a teljes hálózaton egyetlen vonalszakasz kiesése, azaz az egyes vonalszakaszok forgalmának megváltozását, ha egyetlen vonalszakasz nem lesz járható.<sup>18</sup> Azaz teljes kizárást feltételeztem, és azt, hogy a járhatatlan vonalszakasz az indulás előtt már ismert, azaz ennek ismeretében tudjuk tervezni a kerülőutat.<sup>19</sup>

Ennek modellezéséhez a kizárt vonalszakasz súlyát végtelenné tettem (mind a távolság-, mind a menetidősúlyokra). Ha létezik véges hosszúságú kerülőút két állomás között, akkor az algoritmus megtalálja; ha nincs, végtelen értéket ad vissza a legrövidebb út hosszára.

Ez utóbbi eredmény jelenthetné azt, hogy a kizárt vonalszakasz végtelenül fontos a hálózat szempontjából, hiszen nem létezik hozzá kerülőút. Azonban például a zsákvonalak nélkül a hálózat többi része zavartalanul üzemel, pedig azok kiesésekor (kerülőút hiányában) a legrövidebb út hossza végtelennek adódik a számolásból. Ez azt is jelenti, hogy bár a számolt eredmény végtelen, ezek a vonalszakaszok nem végtelenül fontosak a hálózat egésze szempontjából, ezért ezeket a vonalszakaszokat az egész számolásból kihagytam, azaz a zavarmentes hálózat összmenetvonalhosszát és összmenetidejét is úgy határoztam meg, hogy ezek a viszonylatok nem szerepeltek benne, sem egyik zavart hálózatban sem.

### **Eredmények**

Kiszámítva a fenti mennyiségeket az egyes vonalszakaszoknál jellemezni tudjuk a magyarországi vasúthálózat egyes elemeit, és össze tudjuk őket hasonlítani egymással. A számításokat elvégeztem mind minimális menetvonalhosszakra, mind minimális menetidőkre. Először bemutatom a hálózat egészének viselkedését normál üzemi körülmények között, a hálózat átlagos viselkedését egy véletlenszerű vonalszakasz zavaránál, majd az egyes konkrét vonalszakaszok zavarának hatását a hálózat egészére,

<sup>18</sup> D. M. SCOTT et al. (2006): Network Robustness Index: A new method for identifying critical links and evaluating the performance of transportation networks. *Journal of Transport Geography*, 14. 215–227.

<sup>19</sup> Athina. TYMPAKIANAKI et al. (2018): Impact Analysis of Transport Network Disruptions Using Multimodal Data: A Case Study for Tunnel Closures in Stockholm. *Case Studies on Transport Policy*, 6, 179–189.

és a térközzintű modellből kapott eredményeket összehasonlítom az állomásszintű modellből kapott eredményekkel.

### *Átlagos úthossz*

Első lépésben kiszámítottam az átlagos menetvonalhosszat, illetve az átlagos menetidőt a zavarmentes hálózatban, amelyek az összes minimális menetvonalra kiszámított érték átlagát jelentik.<sup>20</sup> Értékükre 229,7 km, illetve 151,9 perc adódott, amely értékek 2,71-szer, illetve 3,23-szor kisebbek a hálózat átmérőjénél. Ez utóbbi az összes legrövidebb út közül a legnagyobbat jelentik, azaz hogy melyik két állomás van egymástól a legmesszebb távolságban, illetve időben.<sup>21</sup> Ennek a különbségnek az egyik oka, hogy a magyarországi vasúthálózat a szélei felé „ritkul”, azaz Budapesttől távolabb ritkábbak a transzverzális kapcsolatok, míg az állomások sűrűsége nem csökken, azaz a távoli állomások közötti menetvonalak eleve hosszabb úton jutnak el a megfelelő radiális fővonalra. A másik ok a jelentős méretű zsákvonalrendszerek jelenléte a hálózatban, elég ha a Mátészalkánál, Miskolc-Gömörinél vagy Szentlőrincnél csatlakozó, összesen 90,6 km, 110,4 km, illetve 146,4 km hosszúságú zsákvonalakra gondolunk (csak a nem 0 km/h engedélyezett sebességű vonalakat figyelembe véve), amelyek állomásairól a törzshálózat csak a nevezett csatlakozó állomások érintésével érhető el.

Természetesen az átlagos úthossz kiszámítható zavart hálózatban is. Ehhez az egyes vonalszakaszok gráfbeli súlyát egyesével (külön-külön) végtelenné téve meghatározható az összes  $\langle a, b \rangle$  állomáspár közti legrövidebb út hossza (amennyiben az nem végtelennek adódik). Jelöljük az  $a$  és  $b$  állomás közti távolságban legrövidebb út hosszát az  $i$  vonalszakasz zavar esetén  $\ell_{abi}$ -vel, az  $a$  és  $b$  állomás közti leggyorsabb út menetidejét az  $i$  vonalszakasz zavar esetén  $t_{abi}$ -vel. A zavarmentes hálózatban ezeket az értékeket jelöljük  $\ell_{ab0}$ -val, illetve  $t_{ab0}$ -val.

Az  $\ell_{abi}$  és a  $t_{abi}$  értéket átlagolva minden  $\langle a, b \rangle$  állomáspárra és minden  $i$  vonalszakaszra megkapjuk egy véletlenszerű vonalszakasz zavarának átlagos hatását a legrövidebb út hosszára.<sup>22</sup> Minimális menetvonalhosszak esetén ez az érték 230,3 km-nek adódik, amely mindössze 0,66 km-rel hosszabb a zavarmentes hálózatra kapott értéknél. Hasonlóan minimális menetidőkre az átlagos menetidő 152,85 percrek adódik, amely csak 0,97 perccel több, mint a zavarmentes hálózatban. Ez azt jelenti, hogy a véletlen zavar a hálózatban csak minimális zavart okoz.

Amennyiben az  $i$  vonalszakaszokra nem átlagolunk, csak az  $\langle a, b \rangle$  állomáspárookra, azzal az egyes konkrét vonalszakaszok hálózatra gyakorolt hatását tudjuk számszerűsíteni,

<sup>20</sup> M. BARTHELEMY (2010): Spatial networks. *Physics Reports*, 499, 6–7.

<sup>21</sup> TÓTH Bence (2022): A modellek felbontásának hatása az eredmények pontosságára – állomásköz vs. térköz. In HORVÁTH Gábor – HORVÁTH Balázs (szerk.): *XX. European Transport Congress / XII. International Conference on Transport Sciences*. Győr: Közlekedéstudományi Egyesület, 415–423.

<sup>22</sup> S. JANSUWAN – A. CHEN (2015): Considering perception errors in network efficiency measure: an application to bridge importance ranking in degradable transportation networks. *Transportation A*, 11, 793–818.

és ebben az esetben a kép már sokkal árnyaltabb lesz. Jelöljük  $\Delta\ell_i$ -vel az  $i$  vonalszakasz zavara esetén számított, nem végtelen hosszúságú legrövidebb utak hosszának a zavarmentes hálózati átlagos menetvonalhossz-értékkel normált értékeinek összegét minden  $\langle a, b \rangle$  állomáspárra, és hasonlóan  $\Delta t_i$ -vel az  $i$  vonalszakasz zavara esetén számított, nem végtelen menetidejű legrövidebb utak menetidőinek a zavarmentes hálózati átlagos menetidőértékkel normált értékeinek összegét minden  $\langle a, b \rangle$  állomáspárra:

$$\Delta\ell_i = \sum_{\substack{\langle a, b \rangle \\ \ell_{abi} < \infty \forall i}} \frac{\ell_{abi}}{\ell_{ab0}}$$

$$\Delta t_i = \sum_{\substack{\langle a, b \rangle \\ t_{abi} < \infty \forall i}} \frac{t_{abi}}{t_{ab0}}$$

Az ennek megfelelő nem relatív mennyiség a teljes hálózat összmenetvonalhossza (*TNPL, total network path length*) és a teljes hálózat összmenetideje (*TNTT, total network travel time*), amely a zavarmentes hálózati értékkel való normálás nélküli mennyiség az adott  $i$  vonalszakasz zavara esetén:

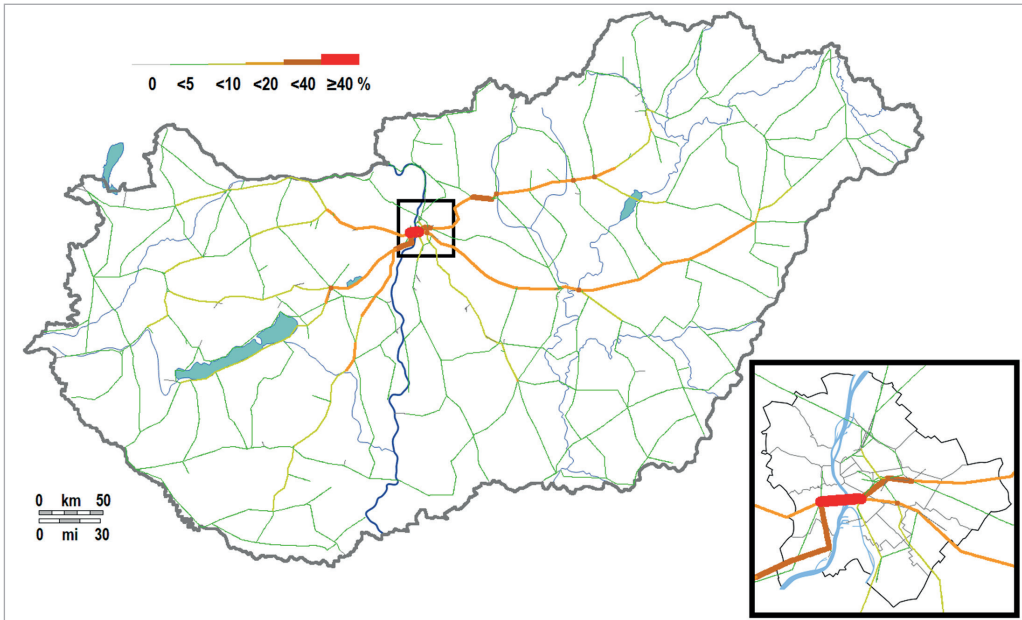
$$TNPL = \sum_{\langle a, b \rangle} \ell_{abi}$$

$$TNTT = \sum_{\langle a, b \rangle} t_{abi}$$

A kapott eredmények ismertetése előtt azonban vizsgáljuk meg az egyes vonalszakaszokon jelentkező forgalom mértékét!

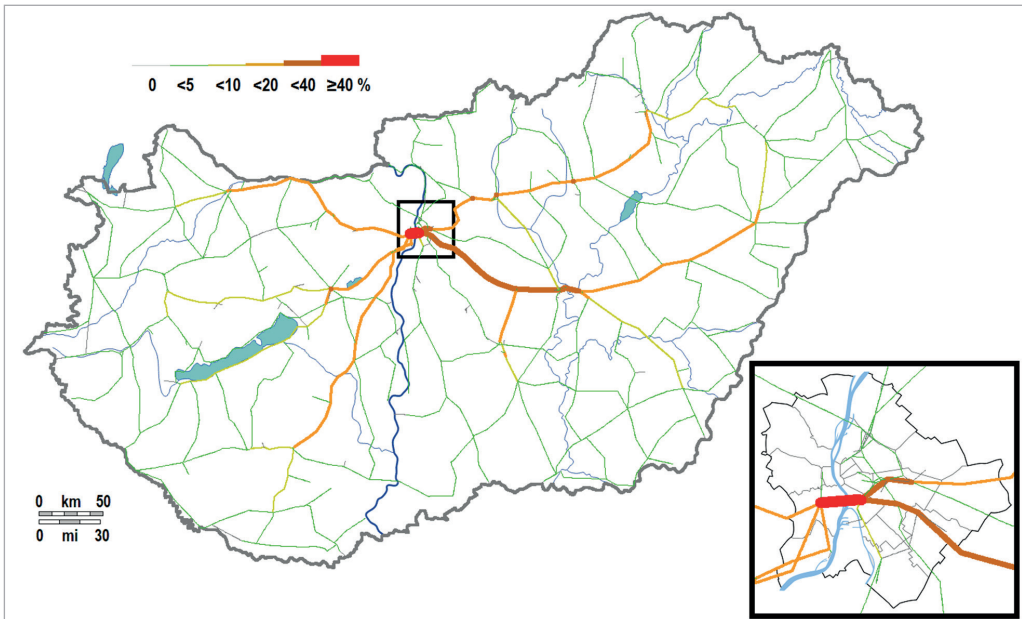
### *Kapcsolatköztiség – térközszintű modell*

A magyarországi vasúthálózat egyes hálózati elemeinek kapcsolatköztiség-értékeit minimális menetvonalhosszakkal és minimális menetidőkkel számolva, mindkettőnél normálva az összes menetvonal számával az 5., illetve a 6. ábrán láthatjuk. A tárgyalás könnyebbé kedvéért a minimális menetvonalhosszokra vonatkozó eredményeket ( $\ell$ -lel, a minimális menetidőkre vonatkozóakat pedig ( $t$ )-vel fogom jelölni a megfelelő eredmény mellett.



5. ábra: A hálózati elemek normált kapcsolatköztsége minimális menetvonalhosszakra a térközsztű modellben

Forrás: a szerző szerkesztése



6. ábra: A hálózati elemek normált kapcsolatköztsége minimális menetidőkre a térközsztű modellben

Forrás: a szerző szerkesztése

Mindkét súlyozásra a Ferencváros–Kelenföld állomásköz adódott a legforgalmasabbnak, azaz az összekötő vasúti hidat is tartalmazó állomásköz, amelyen valóban a teljes kelet–nyugati vasúti tranzit teherforgalom áthalad. A modellszámítások alapján az összes menetvonal 45,2%-a ( $\ell$ ), illetve 47,8%-a ( $t$ ) használja ezt az infrastruktúra-elemet; ha azonban csak a Dunán áthaladó menetvonalakat vesszük figyelembe, ez az arány 84,4% ( $\ell$ ), illetve 87,7% ( $t$ )!

Ennek oka a megfelelő paraméterű alternatív útvonalként használható Duna-hidak hiánya. A másik villamosított Duna-híd, az újpesti vasúti híd amellett, hogy egyvágányú, a Kopár-hágói alagútba nem fér be a villamos ürszelvény, és így tehervonati forgalomra alkalmatlan. Ennek a ténynek jelentős következményei vannak a katonai vasúti szállításokra is. Emellett az újpesti vasúti híd szintén Budapesten található, tehát az összekötő vasúti hidat annak zavara esetén nagy valószínűséggel földrajzi helyzetéből adódóan nem tudná kiváltani. A bajai Türr István híd pedig nemcsak egyvágányú, hanem villamosítatlan is.<sup>23</sup>

Bár a Budapest–Almásfüzitő távolság kb. 2,5 km-rel hosszabb a 2. és a 4. sz. vonalon, mint az 1. sz. vonalon (átlagolva Rákos és Kőbánya-Kispest állomás és Almásfüzitő távolságát a két útvonalon), a 4. sz. Esztergom–Almásfüzitő vonal alacsony pályasebessége miatt a különbség a két útvonal menetidejében majdnem kétszeres (47 perc és 90 perc). A 2. sz. vonal felújítása annak mindenképpen javára vált, de a közeljövőben semmiképpen sem várható olyan mértékű átépítése, hogy valódi alternatívát nyújthasson az 1. sz. fővonalnak, a valódi alternatívát csak egy Budapeستől délre építendő új híd jelentené.<sup>24</sup>

A 5. és a 6. ábra közti feltűnő különbség a 80a/80. sz. (Budapest–Hatvan–Miskolc–Nyíregyháza) és a 100a/100. sz. (Budapest–Cegléd–Szolnok–Debrecen–Nyíregyháza) fővonal hasonló forgalma minimális menetvonalhosszakra és a 100a/100. sz. vonal jelentős többlete minimális menetidőkre. Ennek oka a 142. sz. (Budapest–Lajosmizse–Kecskemét) vonal szerepében keresendő. A 142. sz. vonalon Kecskemét 7 kilométerrel közelebb van Budapesthez, mint a 100. sz. és a 140. sz. vonalon Ceglédre keresztül. Azonban a kilométerben rövidebb út 29 perccel hosszabb menetidőt jelent. Vagyis bár megfelelő pályaparaméterek esetén a 142. sz. vonal megfelelő alternatíva lehetne a Dél-Alföld elérésében, ez a 150. sz. (Budapest–Kunszentmiklós–Tass–Kelebia) vonal jelenleg zajló felújítása miatt nem fog megtörténni. Utóbbit ugyanis a tervek szerint 160/120 km/h sebességű vonatok közlekedtetésére építik át, ami figyelembe véve TEN-T hálózati szerepét, érthető fejlesztés.

A két különböző élsúlyozásra kapott eredmények a különbözőségek ellenére több egyezést is mutatnak. Mindkettőnél az 1., a 20., a 30., a 80., a 100. és a 120. sz. fővonal alkotja a hálózat gerincét, ami azt jelenti, hogy ezeken a vasútvonalakon halad a legtöbb

<sup>23</sup> SZÁSZI Gábor (2013): Long-span railway bridges in the transport system of Hungary. *Hadmérnök*, 8(2), 98–107.

<sup>24</sup> TÓTH Bence – HORVÁTH István (2019): How the Planned V0 Railway Line Would Increase the Resilience of the Railway Network of Hungary Against Attacks. *Academic and Applied Research in Military and Public Management Science*, 18(4), 109–129.; TÓTH Bence – LÉVAI Zsolt (2021): Új vasúti Duna-hidak helyszíneinek kvantitatív analízise a vasúthálózat szempontjából. In HORVÁTH Balázs – HORVÁTH Gábor (szerk.): *XI. Nemzetközi Közlekedéstudományi Konferencia 2021*. Győr: Széchenyi István Egyetem, 496–505.

menetvonal, akár menetidőre, akár távolságra optimalizálunk. A magasabb pályasebesség természetesen eredményezi, hogy a menetvonalakat érdemes az alacsonyabb engedélyezett sebességű mellékvonalakról a lehető leggyorsabban a fővonalakra vezetni, ahol az út legnagyobb részét megteszik.

Azonban a pályasebesség nem az egyetlen oka annak, hogy ezen vonalakon jelentős forgalom bonyolódik, hiszen a minimális menetvonalhosszak ábráján is ezek a legforgalmasabbak (továbbá a 142. és a 108., valamint a 13., illetve a 150. sz. vonal egyes szakaszai is). Ez tehát azt is jelenti, hogy a hálózat földrajzi elrendeződése is az ezeken a vonalakon való közlekedésnek kedvez, függetlenül pályasebességtől, villamosítástól, vágányszámtól, tengelyterheléstől.

Érdemes megemlíteni a 25. sz. vonal egyvágányú Boba–Ukk szakaszát, amely mindkét súlyozásra nagyobb forgalmat látszik bonyolítani, mint ugyanezen vonal kétvágányú Boba–Celldömölk szakasza. Ez alapján a meglepő eredmény alapján érdemes lenne valós forgalmi adatok alapján megvizsgálni ezen szakasz kétvágányúsításának hatását a forgalomra, különösen mivel a 7441 km-es hálózatnak mindössze 16,38%-a, 1219 km kétvágányú.<sup>25</sup> Ezen érték az elmúlt másfél évtizedben mindössze 1%-ot javult.<sup>26</sup>

Egy másik fejlesztési lehetőség a 108. sz. (Debrecen–Füzesabony) vonal, amely a 80. sz. és a 100. sz. fővonal között biztosít jó kapcsolatot. Bár jelenleg egyvágányú, villamosítatlan, 80 km/h engedélyezett sebességű vonal, a menetidők ábráján látszik stratégiai fontossága.<sup>27</sup> Ha megfelelő állapotú lenne a pálya, kiemelt szerepe lehetne a két csatlakozó fővonal zavarkezelésében.

Hasonló, ám bizonyos szempontból fordított helyzetet láthatunk a 82. sz. (Hatvan–Újszász) vonalon, amely a 80a/80. és a 120a. sz. vonal transzverzális kapcsolatát jelenti. Minimális menetvonalhosszakra ez nem preferált útirány, azonban a környező észak-déli vonalaknál magasabb pályasebessége miatt fontos kerülőirány lehetne, ha szintén kétvágányú, villamosított pálya lenne.

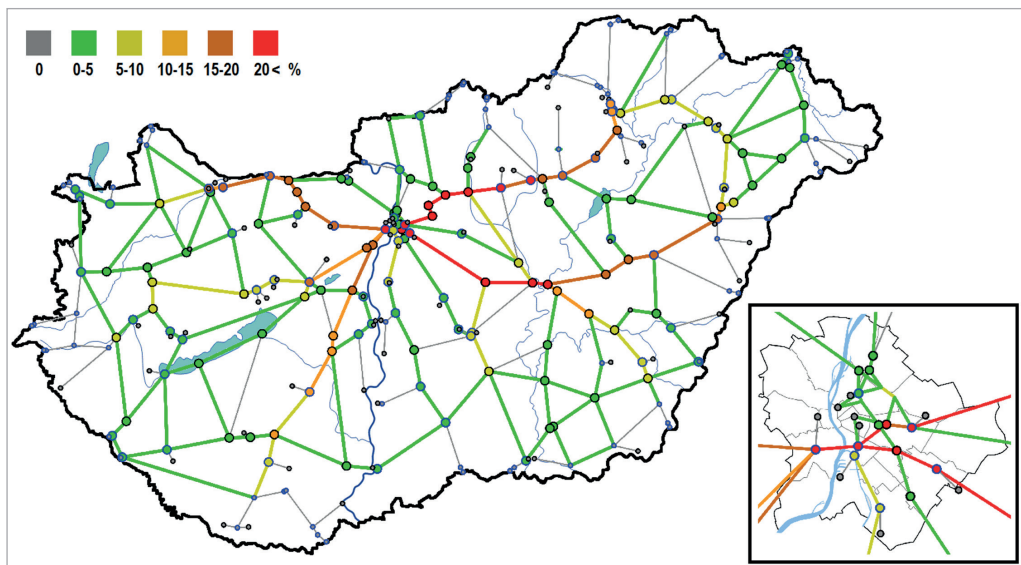
### *Kapcsolatköztiség – állomásszintű modell*

Hasonlítsuk most össze a térközszintű modellből kapott eredményeket az állomásszintű modellből kapott korábbi eredményekkel! A 7. ábrán az állomásszintű modellből minimális menetvonalhosszakra kapott normált kapcsolatköztiség-értékeket láthatjuk, a 8. ábrán pedig a minimális menetidőkkel számítottat.

<sup>25</sup> Út- és vasúthálózat [é. n.]. KSH.

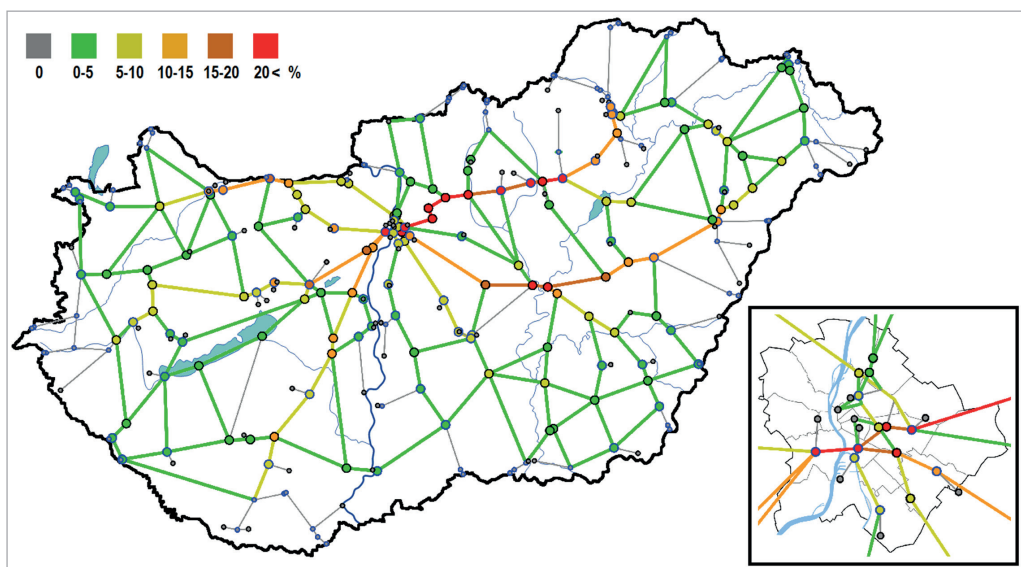
<sup>26</sup> SZÁSZI Gábor (2007): Magyarország közlekedési infrastruktúrájának fejlesztése napjainkban: Közút vagy vasút? *Katonai Logisztika*, 15(2), 32–59.

<sup>27</sup> SZÁSZI Gábor (2009b): Jász-Nagykun-Szolnok megye vasúthálózatának védelmi szempontú elemzése. *Szolnoki Tudományos Közlemények*, 13, 101–125.



7. ábra: A hálózati elemek normált kapcsolatköztsége minimális menetvonalhosszakra az állomásszintű modellben

Forrás: a szerző szerkesztése TÓTH 2017: 52–66. alapján



8. ábra: A hálózati elemek normált kapcsolatköztsége minimális menetidőkre az állomásszintű modellben

Forrás: a szerző szerkesztése TÓTH 2017: 52–66. alapján

Az elsőként szembevetendő dolog, hogy a forgalom sokkal egyenletesebben oszlik el, mint a térszintű modellben, hiszen abban kétszer annyi állomás szerepel, és földrajzi eloszlásuk is egyenletesebb. Ennek megfelelően az egyes vasútvonalak „preferált iránya” is meg-

jelenik a forgalom számszerű értékeiben. Például míg a 121. sz. (Békéscsaba–Kétegyháza–Mezőhegyes–Újszeged) vonal szakaszai az állomásszintű modellben természetesen homogének, a térközsintű modellben a Medgyesegyháza és Kétegyháza közötti szakasz mindkét súlyozásnál forgalmasabbnak adódik, mint a másik irányban. Ennek oka, hogy ez az irány esik a 120. sz. fővonal felé, ezért a mellékvonalon haladó menetvonalak ebben az irányban érik el hamarabb a magasabb (120 km/h) engedélyezett sebességű fővonalat.

Már ez az egyetlen példa is jól mutatja a sűrű, de lassú mellékvonal hálózat szerepét a Délkelet-Alföldön: az alacsony pályasebesség miatt nem valós alternatívák a fővonalak zavarakor, nem reális kapcsolatok a radiális fővonalak között.<sup>28</sup> Hasonló a helyzet a 154. sz. vonal Jánoshalma–Kiskunhalas szakaszán ( $\ell$ ), a 155. sz. vonal Jászszentlászló–Kiskunfélegyháza szakaszán ( $t$ ), a 140. sz. vonal Kiskunfélegyháza–Csengele szakaszán ( $t$ ), a 82. sz. vonal Portelek–Hatvan szakaszán ( $t$ ) vagy a 30. sz. vonal Balatonszentgyörgy–Sávoly szakaszán ( $\ell$ ,  $t$ ).

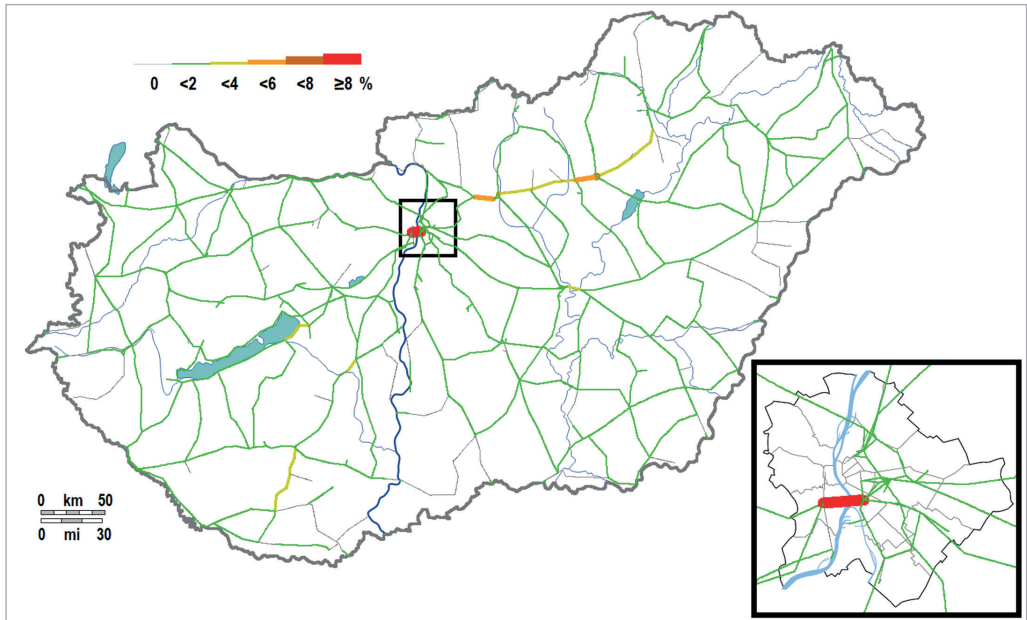
### *Vonalszakaszok zavarának hatása a menetvonalakra – térközsintű modell*

Korábban láttuk, hogy egy véletlenszerűen zavart vonalszakasz átlagosan csak nagyon kis növekményt okoz a hálózat átlagos úthosszában. Azonban ha nem az összes vonalszakasz átlagos hatását vizsgáljuk, hanem külön-külön, akkor sokkal árnyaltabb képet kapunk a hálózat viselkedéséről az egyes vonalszakaszok zavarának hatására. Ehhez meghatároztam az egyes pályaszakaszok forgalomból való kizárásakor azok hatását a hálózat egészére az okozott összmenetvonalhossz-, illetve összmenetidő-növekedésen keresztül. A  $\Delta\ell_p$  illetve a  $\Delta t_i$  értéket ábrázolva a megfelelő vonalszakaszra a 9. és a 10. ábrát kapjuk.

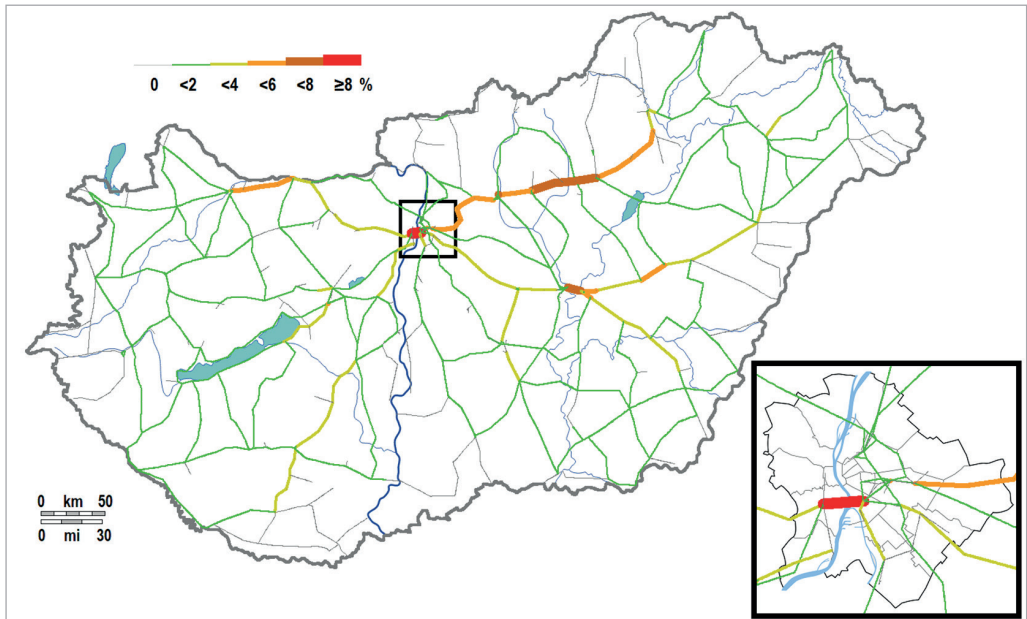
A legjelentősebb növekményt nem meglepő módon a legforgalmasabb állomásköz, a Ferencváros–Kelenföld vonalszakasz (azaz a gyakorlatban az összekötő vasúti híd) kizárása okozza, amelynél ezek az értékek  $\Delta\ell = 12,6\%$  és  $\Delta t = 25,5\%$ . Ez azt jelenti, hogy ezen állomásköz kiesése, megfelelő paraméterekkel rendelkező alternatív útvonal hiányában, a rajta a zavarmentes hálózatban áthaladó menetvonalak menetidejének átlagosan 50%-os növekedését okozza (hiszen az összes menetvonal fele halad itt keresztül).

Minimális menetidőkre a következő legnagyobb növekményt Füzesabony (7%), Kál–Kápolna (5,5%) és Hatvan (4,39%) állomás kiesése okozta. A 80. sz. vonal (amely ezen állomásokon halad át) egyes szakaszainak kizárása is jelentős növekményt okoz a *TNTT* értékében: a Kál–Kápolna–Füzesabony állomásköz 5,08%-ot, az Aszód–Tura állomásköz pedig 4,29%-ot. Érdemes megemlíteni, hogy ugyanakkor a Szolnok–Szajol állomásköz zavara, ahol az egyetlen kétvágányú villamosított Tisza-híd található, csak 2,34%-os növekményt okoz a *TNTT* értékében.

<sup>28</sup> TÓTH 2018: 118–132.



9. ábra: Az egyes hálózati elemek kizárása által a hálózaton okozott teljes menetvonalhossz-növekmény a zavarmentes hálózathoz képest minimális hosszúságú menetvonalakra a térközsztintű modellben  
Forrás: a szerző szerkesztése



10. ábra: Az egyes hálózati elemek kizárása által a hálózaton okozott teljes menetidő-növekmény a zavarmentes hálózathoz képest minimális menetidejű menetvonalakra a térközsztintű modellben  
Forrás: a szerző szerkesztése

Minimális menetvonalhosszakra a  $\Delta \ell$  értéke Hatvan állomás kizárása esetén 7,99%, Szajol állomás kizárásakor 7,96%, a Szolnok–Szajol állomásköz kizárásakor pedig 7,71%, míg a Vámosgyörk–Füzesabony vonalszakasz kiesése a *TNPL* értékének 7,71%-os növekedését okozza. Ez utóbbi azonban már csak harmada az összekötő vasúti híd által okozott növekménynek, és közel sem annyi menetvonal halad át ezen a szakaszon. A 80. sz. vonal Budapest–Miskolc szakasza, az 1. sz. vonal Budapest–Győr szakasza (különösen a Komárom–Győr vonalszakasz), valamint a 100. sz. és a 120. sz. vonal rövidebb szakaszai okoznak még hálózati szempontból jelentős mértékű növekedést. Ezek oka a köztük található transzverzális vonalak már látott elégtelen kapacitása. Vagyis bár vannak stratégiailag megfelelő helyen vasútvonalak, ezek pályaalapja (amelyet jelen modellben az engedélyezett sebesség reprezentál) nem teszi őket alkalmassá kerülőútvonalnak, hiába lennének kilométerben megfelelőek.

Egy jelentős kivételt azonban megemlítek: a 40. sz. fővonal Pusztaszabolcs–Rét-szilas szakaszán a *TNTT* növekménye szignifikánsan kisebb a vonal többi szakaszához képest. A  $\Delta t$  alacsony értékét a 42. sz. (Pusztaszabolcs–Dunaújváros–Paks) és a 43. sz. (Mezőfalva–Rét-szilas) vonal és kisebb részben a 44. sz. (Pusztaszabolcs–Székesfehérvár) és a 45. sz. (Sárbogárd–Székesfehérvár) vonal megléte okozza, amelyek kellő redundanciát biztosítanak a vonalszakasznak.<sup>29</sup>

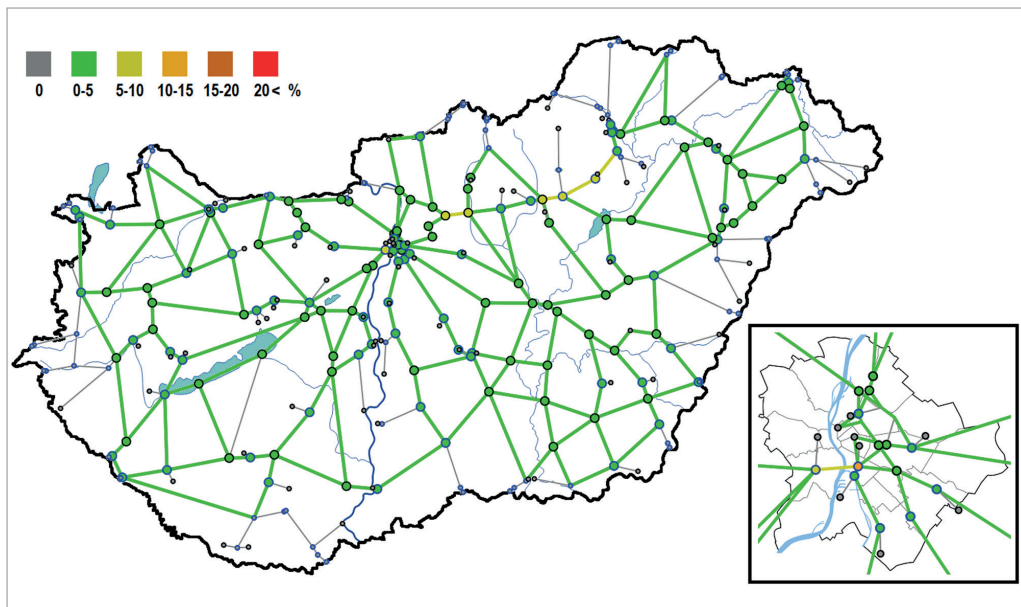
### *Vonalszakaszok zavarának hatása a menetvonalakra – állomásszintű modell*

A 11. és a 12. ábrán szintén a *TNPL* és a *TNTT* növekményét láthatjuk, azonban az állomásszintű modellt használva.

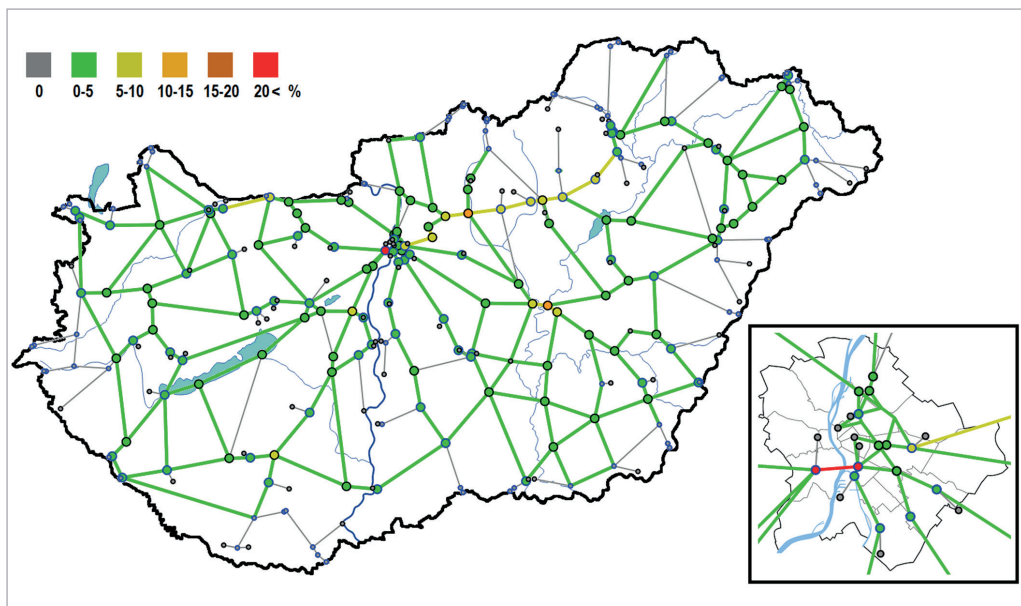
Mindkét súlyozásnál nyilvánvaló Ferencváros állomás kiemelt jelentősége:  $\Delta \ell = 11,9\%$  és  $\Delta t = 24,9\%$ . Kelenföld állomás megfelelő értékei szintén magasak, 9,41%, illetve 21,6%, a köztük található állomásköz az összekötő vasúti híddal pedig 9,69%-os ( $\ell$ ), illetve 21,4%-os ( $t$ ) növekményt okoz kizárásakor.

A Szolnok–Szajol állomásköz (a Tisza-híd) kizárása a *TNTT* értékének 8,45%-os növekedését okozza, Hatvan állomás hálózathoz való kiesése pedig 10,8%-os növekedést, amely Kelenföld állomásának már csak a fele.

<sup>29</sup> B. G. Tóth: Redundancy Analysis of the Railway Network of Hungary. In Klára Szita Tóthné – Károly Jármái – Katalin Voith (szerk.): *Solutions for Sustainable Development: Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Conference on Engineering Solutions for Sustainable Development (ICESSD 2019)*. Miskolc, Hungary, CRC Press, 2019. 358-368.



11. ábra: Az egyes hálózati elemek kizárása által a hálózaton okozott teljes menetvonalhossz-növekmény a zavarmentes hálózathoz képest minimális hosszúságú menetvonalakra az állomásszintű modellben  
Forrás: a szerző szerkesztése



12. ábra: Az egyes hálózati elemek kizárása által a hálózaton okozott teljes menetidő-növekmény a zavarmentes hálózathoz képest minimális menetidejű menetvonalakra az állomásszintű modellben  
Forrás: a szerző szerkesztése

## Összefoglalás

A tanulmányban bemutattam a magyarországi vasúthálózat térközzintű modelljét. A gráf csúcsai a főjelzőket (bejárat, kijárat és térközjelzőket), az élei a közöttük levő vasúti pályát reprezentálták. Az élekhez két súlyt rendeltem a számítások során: a megfelelő vasútvonalszakasz hosszát vagy az annak bejárásához szükséges menetidőt. Homogén forgalmat a rendszerre terhelve meghatároztam az átlagos úthosszat és az egyes hálózati elemek kapcsolatköztsiségét. Az egyes vonalszakaszok hálózathoz való kiesését vizsgálva ezen mennyiségek meghatározhatóak a zavart hálózatban is, amivel az egyes vonalszakaszok hálózathoz való fontossága jellemezhető.

Azt találtam, hogy véletlenszerűen kiválasztott vonalszakasz zavaránál mind az átlagos menetvonalhossz, mind az átlagos menetidő csak kismértékben nő meg a zavarmentes hálózathoz képest. Azonban bizonyos kiemelt jelentőségű vonalszakaszok, mint például az összekötő vasúti hid kiesése akár 25%-os növekedést is okozhat. Ez a hálózat erős függését mutatja bizonyos stratégiai jelentőségű hálózati elemektől, amelyekhez ráadásul megfelelő kerülőút sem biztosított. Ugyanakkor forgalmas vonalszakasz is okozhat csekély növekményt, mint például a Pusztaszabolcs–Rétszilas vonalszakasz, ha megfelelő pályasebességű kerülőút áll rendelkezésre.

Összehasonlítva a modelltől kapott eredményeket a korábbi, állomásszintű modell eredményeivel azt találtam, hogy a részletesebb modell segítségével pontosabban lehet meghatározni a hálózat kritikus pontjait, valamint a vonalak részletesebb viselkedése tanulmányozható az állomásszintű modell elkerülhetetlen átlagolásai nélkül. Ezáltal az új modell az eddiginél pontosabb eszköz lehet nemcsak a hálózat sérülékenysége és redundanciáinak felderítésében, hanem fejlesztési tervek modellezésében is.

## Felhasznált irodalom

- 277/2014. (XI. 14.) Kormányrendelet a vasúti közlekedési hatóság által kiszabható bírság mértékéről és megfizetésének részletes szabályairól. Online: <https://net.jogtar.hu/jogszabaly?docid=a1400277.kor>
- BARTHELEMY, M. (2010): Spatial networks. *Physics Reports*, 499, 1–101. Online: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2010.11.002>
- CSÁRDI G. – NEPUSZ T. (2006): The igraph software package for complex network research. *InterJournal, Complex Systems*, 1695. Online: <http://igraph.org>
- DIJKSTRA, E. W. (1959): A Note on Two Problems in Connexion with Graphs. *Numerische Mathematik*, 1, 269–271. Online: <https://doi.org/10.1007/BF01386390>
- FREEMAN, L. C. (1977): A set of measures of centrality based upon betweenness. *Sociometry*, 40, 35–41. Online: <https://doi.org/10.2307/3033543>
- JANSUWAN, S. – CHEN, A. (2015): Considering perception errors in network efficiency measure: an application to bridge importance ranking in degradable transportation networks. *Transportation A*, 11, 793–818. Online: <https://doi.org/10.1080/23249935.2015.1087694>
- LÉVAI Zsolt (2020): A katonai közlekedési támogatás vasútföldrajzi alapú vizsgálata. *Földrajzi Közlemények*, 144(4), 380–395. Online: <https://doi.org/10.32643/fk.144.4.3>

- LÉVAI Zsolt (2022): A Budapesti Agglomerációs Vasúti Stratégia által javasolt új budapesti vasúthálózat helyettesíthetőségének vizsgálata. In HORVÁTH Gábor – HORVÁTH Balázs (szerk.): *XX. European Transport Congress / XII. International Conference on Transport Sciences*. Győr: Közlekedéstudományi Egyesület. 342–354.
- LIN, J. – BAN, Y. (2013): Complex Network Topology of Transportation Systems. *Transport Reviews*, 33, 658–685. Online: <https://doi.org/10.1080/01441647.2013.848955>
- LUSBY, R. et al. (2011): Railway track allocation: Models and methods. *OR Spectrum*, 33(4), 843–883. Online: <https://doi.org/10.1007/s00291-009-0189-0>
- MÁV (2008): *F. 2. sz. forgalmi utasítás*. MÁV Zrt. Pályavasúti Üzemeltetési Főigazgatóság. Online: [https://mavcsoport.hu/sites/default/files/upload/public-procurement/document/public/f\\_2.\\_sz.\\_forgalmi\\_utasitas.pdf](https://mavcsoport.hu/sites/default/files/upload/public-procurement/document/public/f_2._sz._forgalmi_utasitas.pdf)
- OROSZ Réka – SZÁSZI Gábor (2020): A Magyar Honvédség légiszállító-képességének fejlesztési lehetőségei a gazdasági és katonai tényezők figyelembevételével. *Katonai Logisztika*, 28(3), 95–113.
- PACHL, J. (2021): *Railway Signalling Principles*. Braunschweig. Online: <http://joernpachl.de/eBook%20RSP.pdf>
- R Core Team (2012). *R: A language and environment for statistical computing*. Vienna: R Foundation for Statistical Computing. ISBN 3-900051-07-0. Online: <http://R-project.org/>
- SCOTT, D. M. et al. (2006): Network Robustness Index: A new method for identifying critical links and evaluating the performance of transportation networks. *Journal of Transport Geography*, 14, 215–227. Online: <https://doi.org/10.1016/j.jtrangeo.2005.10.003>
- SZÁSZI Gábor (2007): Magyarország közlekedési infrastruktúrájának fejlesztése napjainkban: Közút vagy vasút? *Katonai Logisztika*, 15(2), 32–59.
- SZÁSZI Gábor (2009a): A védelmi szempontból meghatározó repülőterek vasúti kapcsolatának helyzete Magyarországon. *Repüléstudományi Közlemények*, 21(különszám), 1–22.
- SZÁSZI Gábor (2009b): Jász-Nagykun-Szolnok megye vasúthálózatának védelmi szempontú elemzése. *Szolnoki Tudományos Közlemények*, 13, 101–125.
- SZÁSZI Gábor (2012): Transz Európai Közlekedési Hálózat (TEN-T) tervezett fejlesztési iránya, várható hatása Magyarország vasúthálózatának fejlesztésére. *Szolnoki Tudományos Közlemények*, 16, 402–425.
- SZÁSZI Gábor (2013): Long-span railway bridges in the transport system of Hungary. *Hadmérnök*, 8(2), 98–107.
- SZÁSZI Gábor (2014): *A vasúti hálózati infrastruktúrával szemben támasztott újszerű védelmi követelmények kutatása, a továbbfejlesztés feltételrendszerének vizsgálata*. PhD-értekezés. Budapest: NKE Katonai Műszaki Doktori Iskola.
- SZÁSZI Gábor (2018): Transzeurópai közlekedési hálózat. In SIPOSNÉ KECSKEMÉTHY Klára – SZÁSZI Gábor: *Közlekedési hálózatok*. Budapest: Dialóg Campus. 173–187.
- TÓTH Bence (2017): Állomások és állomásközpontok zavarának gráfelméleti alapú vizsgálata a magyarországi vasúthálózaton. *Hadmérnök*, 12(4), 52–66.
- TÓTH Bence (2018): Menetidő- és menetvonalhossz növekedés gráfelméleti alapú vizsgálata a magyarországi vasúthálózaton állomások és állomásközpontok zavara esetén. *Hadmérnök*, 13(1), 118–132.
- TÓTH Bence (2019): Redundancy Analysis of the Railway Network of Hungary. In TÓTHNÉ SZITA Klára – JÁRMAI Károly – VOITH Katalin (szerk.): *Solutions for Sustainable Development: Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Conference on Engineering Solutions for Sustainable Development (ICESSD 2019)*. Miskolc: CRC Press. 358–368. ISBN 9780367424251. eBook ISBN 9780367824037

- TÓTH Bence (2021): The Effect of Attacks on the Railway Network of Hungary. *Central European Journal of Operations Research*, 29, 567–587. Online: <https://doi.org/10.1007/s10100-020-00684-8>
- TÓTH Bence (2022): A modellek felbontásának hatása az eredmények pontosságára – állomásköz vs. térköz. In HORVÁTH Gábor – HORVÁTH Balázs (szerk.): *XX. European Transport Congress / XII. International Conference on Transport Sciences*. Győr: Közlekedéstudományi Egyesület. 415–423.
- TÓTH Bence – HORVÁTH István (2019): How the Planned V0 Railway Line Would Increase the Resilience of the Railway Network of Hungary Against Attacks. *Academic and Applied Research in Military and Public Management Science*, 18(4), 109–129. Online: <https://doi.org/10.32565/aarms.2019.3.9>
- TÓTH Bence – LÉVAI Zsolt (2021): Új vasúti Duna-hidak helyszíneinek kvantitatív analízise a vasúthálózat szempontjából. In HORVÁTH Balázs – HORVÁTH Gábor (szerk.): *XI. Nemzetközi Közlekedéstudományi Konferencia 2021*. Győr: Széchenyi István Egyetem, 496–505.
- TYMPAKIANAKI, Athina et al. (2018): Impact Analysis of Transport Network Disruptions Using Multimodal Data: A Case Study for Tunnel Closures in Stockholm. *Case Studies on Transport Policy*, 6, 179–189. Online: <https://doi.org/10.1016/j.cstp.2018.05.003>
- Út- és vasúthálózat [é. n.]. *KSH*. Online: [https://ksh.hu/stadat\\_files/sza/hu/sza0030.html](https://ksh.hu/stadat_files/sza/hu/sza0030.html)
- Vasútvonalak [é. n.]. *VPE*. Online: [www.kapella.hu/takt/vonal\\_lista.php](http://www.kapella.hu/takt/vonal_lista.php)
- VPE vasúthálózati térkép [é. n.]. *VPE*. Online: <https://takt.kapella2.hu/metronom-server/map>